Descomposición en fracciones simples de una función racional

*Permite expresar una función racional como suma o resta de **fracciones más sencillas**.*

*Se aplica a **funciones racionales propias*** $\boxed{\text{grado } P(x) < \text{grado } Q(x)}$

Caso 1: Las raíces de Q(x) NO se repiten

Si Q(x) tiene *n* raíces que no se repiten, podemos hacer la separación así:

$$\frac{P(x)}{(x-x_1)\cdot(x-x_2)\cdots(x-x_n)}=\frac{A}{(x-x_1)}+\frac{B}{(x-x_2)}+\cdots+\frac{N}{(x-x_n)}$$

Ejemplo:

$$\frac{P(x)}{(x-1)\cdot(x+2)\cdot x}=\frac{A}{(x-1)}+\frac{B}{(x+2)}+\frac{C}{x}$$

Caso 2: Q(x) tiene una raiz que se repite (raíz múltiple)

Si la raíz x_1 se repite *k* veces, se deben incluir *k* términos de la siguiente fórma:

$$\frac{P(x)}{(x-x_1)^k}=\frac{A}{(x-x_1)^1}+\frac{B}{(x-x_1)^2}+\cdots+\frac{N}{(x-x_1)^k}$$

Ejemplo:

$$\frac{P(x)}{(x-1)^3}=\frac{A}{(x-1)}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{(x-1)^3}$$

Estos casos podían aparecer combinados

Ejemplo:

$$\frac{P(x)}{x\cdot(x+3)\cdot(x-2)^2}=\frac{A}{x}+\frac{B}{(x+3)}+\frac{C}{(x-2)}+\frac{D}{(x-2)^2}$$

Descomposición en fracciones simples de una función racional

Procedimiento

Paso 1: Factorizamos el polinomio del denominador (buscamos sus raíces)

Paso 2: Separamos en sumas de fracciones simples según los casos estudiados. Asignamos una constante (A, B, C, ...) al numerador de cada fracción

Paso 3: Realizamos la suma y simplificamos la expresión algebraica. En el numerador quedará un polinomio que dependerá de las constantes asignadas en el paso anterior

Paso 4: Hallamos el valor de esas constantes al comparar el numerador de la expresión obtenida con el numerador de la función original. Se debe resolver un sistema de ecuaciones.